

Alioth モデル理論ホワイトペーパー

交換オントロジーの視点から見た企業データモデル：数学的基礎、構造不変量、機械検証

バージョン v2.1 · 2026 年 10 月 · 杭州宇器科技有限公司

対応実装：Alioth モデル v10.0.44 (2026-10-19 リリース検証済み) · AliothStudio プラットフォーム

目次

- 要旨
- 問題領域と設計目標
- 対称モノイド圏と対称性
- オントロジー空間：座標積と直交性
- 時間次元：状態全順序と鏡像対合
- 五領域完備性
- 構造関係代数
- スカラー外化と保存測度
- モデル論的視点：理論とマルチネームスペースモデル
- 機械検証とエンジニアリング閉ループ
- 結語

1. 要旨

Alioth は PostgreSQL のテーブル継承を物理的担体とし、交換オントロジー（Commutative Ontology）を意味論的枠組みとする企業データモデルである。本ホワイトペーパーはその数学的基礎を述べる：経済行為は対称モノイド圏における射として形式化され、可逆取引はブルーポイド（groupoid）を構成し対合対称関手を備える。各業務実体はシーン（Scene）、要素（Factor）、職能（Function）が構

成する直交積空間において唯一の座標を占め、主状態チェーンが第四の次元である離散論理時間を提供する。モデルの構造的性質——対称保存、座標直交、五領域被覆、関係無環、測度加法性——は十二条の実行可能な不変量として記述され、逐条がエンジニアリングゲートに錨付けられ、うち五条の核心メタ定理は Lean 4 定理証明器によって機械検証済みである。同一の理論は既に六つの業界ネームスペースの本番デプロイにおいて帰納的に検証されている。

2. 問題領域と設計目標

企業データモデルの古典的難題は次のとおりである：業務意味論が数百のテーブルにわたる経験的な設計の中に散在し、「何が正当な業務オブジェクトか」を判定する客観的な基準を欠いている；複数業務ドメインの接続はコピー＆ペーストで実装され、モデルは再利用できない；正しさは構造的保証ではなく設定規律に依存する。Alioth の設計目標は以下のとおりである：

目標	意味
意味論の座標化	任意の業務実体が唯一の座標で位置づけられ、座標そのものがドメイン意味論を担う
構造不変量の判定可能性	各モデル性質は機械的に検証可能な述語であり、ドキュメント上の約束事ではない
理論を一度定義し多ドメインで再利用	新しい業務ドメインの接続はモデル構造を変えず（ゼロ DDL）、座標に解釈を与えるだけである
理論の機械検証可能性	核心メタ定理は定理証明器によって独立に再検証できる

3. 対称モノイド圏と対称性

3.1 対称モノイド圏

経済主体を対象、取引を射とすると、圏 $\mathcal{E}$ が構成される：取引の合成は取引チェーンであり、単位元はゼロ取引である。 $\mathcal{E}$ は群ではなく圏であることに注意——一般の取引は可逆ではなく、「経済主体群」として記述することはできない（対象間の射集合に全域的な二項演算が存在しない）。

3.2 対称性：核グルーポイド上の対合関手

$\mathcal{E}$ の可逆核 $\text{core}(\mathcal{E})$ は、すべての可逆取引から構成されるグルーポイドである。対称性原理の厳密な定式化は：対合自己関手が存在する、である。

$$S : \text{core}(\mathcal{E}) \rightarrow \text{core}(\mathcal{E})^{\text{op}}, S^2 = \text{id}$$

すなわち、各可逆取引には鏡像の逆取引が存在し、鏡像の鏡像は自分自身である。対合性は鏡像関係に方向の偏りがないことを保証する——これが「各取引に対称的な逆取引が存在する」の正確な意味である。関数レベルの核心（対合写像は自己逆双射である）は既に Lean で機械証明されている（`Symmetry.Involutive.injective_surjective` など五条の定理）。

3.3 保存則

禀賦（エンタイトルメント）の付値と権益の評価を置くと、保存則は鏡像の双方が交換する権益が等価であることを要求する： $v(M) = v(D)$ 。したがって系の総禀賦は任意の可逆取引の合成の下で不変である（Lean 定理 `Conservation.endowment_conservation`）。実装層では、保存は宣言ではなく証憑ごとの立証である：証憑の基底クラスは各証憑に期首残高と期末残高を書き戻し、「前状態 + 純変化 = 後状態」が各行において機械的に検証可能となる；物品の入出庫証憑と財務計上証憑は同一の基底クラスを継承する——物理的保存と財務的保存は同型である。

4. オントロロジー空間：座標積と直交性

4.1 ライフサイクル実体と座標関手

ライフサイクルを持つすべての業務実体は根テーブル `zc_id_lifecycle` の継承子孫である（現行リリース `v10.0.44` は 1022 の `isah1` テーブルと 1204 の継承エッジを含み、うちライフサイクル葉テーブルは 374 である；三次元座標の現行規模は 645——シーン 109 + 要素 118 + 職能 418）。三つの外部キーが座標関手を構成する：

$$\chi = (\text{dk_scene}, \text{dk_factor}, \text{dk_function}) : \text{Ob}(\mathcal{L}) \rightarrow S \times F \times U$$

S = 業務シーン (Where & When) F = 業務要素 (Who & What) U = 業務職能 (How)

三次元は積圏を構成する——それぞれが独立に値を取り、独立に進化する。これが直交性の厳密な意味である。任意のライフサイクル実体はオントロロジー空間において唯一の点を占める。次元の内部はカテゴリ外部キーによって森の半順序として組織される；次元コード `code = カテゴリコード || 記号[連`

番] (42 文字集合) は森における階層アドレスであり、書き込み時にトリガーが自動的に割り当てる。

4.2 四元数スナップショット

状態は実体の列によって担われるのではなく、関係テーブルを介して付着する。主状態チェーンは全順序集合 (単方向に進化する。例: 生→死) であり、離散論理時間を構成する; `status_date` がそれを物理時間へ射影する。状態ノード `t` における実体の四元数スナップショットは:

$$\Sigma(e, t) = (\text{scene}, \text{factor}, \text{function}, \text{status}) \in S \times F \times U \times St$$

四次元はすべて直交する; 三次元は空間次元であり、状態は時間次元である。

5. 時間次元: 状態全順序と鏡像対合

時間スライスの集合は「現在」によって二つに分划される: 既に発生したものはイベント (event、過去の事実) と呼び、未発生のもはタスク (task、未来の ToDo) と呼ぶ。両者は同一の時間スライス概念の、現在を挟んだ鏡像である; タスクの完了とはスライスの反転 ($\text{task} \rightarrow \text{event}$) であり、動作の痕跡はオペレーション (operation) 担体によって記録される。計画 (plan) は二つの対称なブリッジを通じて時間軸の両側へ展開し ($\text{plan} \rightarrow \text{event}$ 群と $\text{plan} \rightarrow \text{task}$ 群)、時間をまたぐ意図を単一のアンカーへ組織する; 進捗は実体ではなくスカラー参照であり、ガントチャートは計画体系の自然な射影であって独立したモデルではない。

6. 五領域完備性

要素次元のカテゴリチェーンを通じてドメイン帰属を導出する:

$$\text{domain} = \text{a_type_} \circ \text{ck_category} \circ \text{dk_factor} : \text{Ob}(\mathcal{L}) \rightarrow \{L, C, G, P, F, \sim\}$$

L 人 (主体) C 箱 (媒介・容器) G 貨 (対象) P 場 (媒介・場所) F 財 (過程と情報) ~ ワイルドカード

スナップショットが完備であるとは、ドメイン写像の像が五つの領域すべてを被覆すること、すなわち $\text{domain}(\Sigma) \supseteq \{L, C, G, P, F\}$ に限る——対称性の破れは許されない。完備性は**判定可能な述語** (有限集合の被覆判定。Lean インスタンスで機械的に充足可能) であり、生成期の推論器がスナップショ

ットごとに検証する；欠落領域は継承半順序に沿って上方閉包で補完され、補完の停止性と冪等性は機械証明済みである（`Completion.isAncestor_height_lt`、`closure_idempotent`）。

理論的誠実性の注記：五領域被覆は現実の交換に関する主張としては定理ではなく公準である——その地位は物理学における保存則と同等であり、反証可能性と複数ネームスペースの帰納的証拠によって支えられる（第9節参照）。本モデルはこれを証明可能な命題であると偽らない。

7. 構造関係代数

7.1 継承半順序

テーブル集合と継承関係は有向非巡回グラフの半順序 $(\mathcal{T}, \leq)$ を構成する：根は抽象オブジェクトテーブルであり、最大の業務部分木はライフサイクルチェーンである；葉テーブルは半順序の極小元であり、データ書き込みの唯一の正当な着地点である；多重継承によりこの構造は木ではなく DAG となる。モデル拡張は半順序の下方錐の成長（サブタイプを登録し継承を接続する）に限られ、独立したテーブル複製は禁止される——構造はしたがって単一の真実源を保つ。

7.2 列族：型付き射影

実体の列は接頭辞によって族に分けられ、各々は特定の継承体系への型付き射影である：`dk_*`（オントロジー座標）、`fk_*`（ライフサイクル実体の関連）、`qk_*`（値空間ポインタ）、`sk_*`（単位）、`ck_*`（カテゴリ）、`tk_*`（タグ）、`lk_*`（等級）、`tpl_id`（インスタンス→範例ブリッジ）。すべても `bigint` に統一されている——参照列は同一の型宇宙におけるポインタであり、型の区別は接頭辞（対象カテゴリ）が担う。

7.3 関係族：関数関係と `span`

`r_*` 関係テーブル（`ref_right` 一意）は関数関係（1:N、各子はちょうど一つの親に属す）を符号化する；`rr_*` ブリッジテーブルは `span`（M:N の任意関係）を符号化する；`fk_*` 列は N:1 関数を符号化する。関係の合成は射の合成である；入れ子 / 階層関係は DAG 不変量を要求し（祖先チェーンに環がない。機械証明済み `isAncestor_irrefl`）、`rollup` は推移閉包上の総和汎関数である。

7.4 六象限：段階 × 抽象レベル

職能コードの接頭辞は積構造 {創意, 設計, 実装} × {範例, インスタンス}（六象限）を担い、実体の分類は接頭辞から派生同型によって機械的に計算される。この六対に限られ、手書きは禁止である。範例 / インスタンスの軸は同時に帰属権の軸でもある：範例は組織レベルの公有資産（参照されてい

る間は削除不可、バージョンは消去不可）であり、インスタンスは私有の産出物（所有者が自由に管理）である；有効な象限間の移動は私有→公有の一方向二本のみである。

7.5 派生概念の裁定：サンプルは構造に入れない

本体裁定（『ALIOTH_ONTOLOGY_SPEC』 § 8.5.11、2026 年 10 月）：サンプル（样品）はロット / ブランチの派生概念である——製品エンティティへのサンプル識別列の追加を禁止し、サンプル用の製品子テーブルの作成を禁止する；サンプルの意味はすべてロット / ブランチレコードと分類 / 関係ブリッジによって派生表現する。これは「構造の単一真相源」原則の最新の適用である：既存の座標と関係から派生できる意味は、新たな構造点に沈殿させてはならない。同月、goods 概念族がモデル層で再編され（4 組の識別子改名）、プラットフォームのランタイム・シード・派生産物が同批で収斂した——「モデル中心、コードは産物」伝播メカニズムの完全な実演である。

8. スカラー外化と保存測度

量値は実体行に埋め込まれず、スカラー継承体系（値 + 単位 + 精度）へ外化される：実体はポインタを持ち、同一の量値はデータベース全体で一行だけ格納される——値オブジェクトの外化により「等値」が「同一ポインタ」という機械的判定になる。ポインタ列に対する算術はしたがって無意味であり、必ず先に解決を経なければならない。付随関係は有効期間を伴い、時刻 t の統計は有効な関係に対してのみ評価される（時空付随）。在庫は実体の属性ではなく、証憑事実の加法性を持つ符号付き測度である：

$$\mu_t(P, S) = \sum \text{証憑の純変化}(\text{income} - \text{outgo}) + \sum \text{入れ子サブ貯蔵元 rollup}$$

測度は加法性と符号性を満たす；実体化値は測度のキャッシュであり、単一の入口が増分的に保守する。棚卸は測度修正の原子的イベントである：実棚と実体化値の差（棚卸増 / 棚卸減）は校正証憑によって測度へ吸収され、覆い隠されることはない。

9. モデル論的視点：理論とマルチネームスペースモデル

モデル論の言葉でまとめると：モデル構造（凍結された継承半順序 + 次元コード + 不変量集合）は理論 $\mathbb{T}$ である；各業界ネームスペースのデプロイは $\mathbb{T}$ の一つのモデル $\mathcal{M} \models \mathbb{T}$ である——業務意味論は座標コードの局所解釈へと落ち、構造には分岐がない。2026 年 10 月時点で、同一の理論は既に六つのネームスペースを支えている：

ネームスペース	アプリ	モジュール	Block	サービス	業務ドメイン
Alioth	3	11	50	20	プラットフォーム自身
WZ	4	16	90	16	物流の外部コラボレーション
AVIC-CAASEC	2	5	65	11	科学研究プロジェクトの審査
SE	1	6	32	6	予算管理
Cosmic-Tools	4	23	56	28	ツール / WMS / ERP スイート
MAT	1	0	0	1	新規ドメイン接続（進行中）
合計	15	61	293	82	—

新しいネームスペースの接続（例えば SE、MAT）は「継承の位置決め + 座標バインディング + 設定のアセンブリ」によって完了し、ゼロ DDL、ゼロモデルパッチである——理論の新業務ドメインに対する表現力は突破されておらず、これが座標直交性と五領域完備性の帰納的証拠である。

10. 機械検証とエンジニアリング閉ループ

理論の価値は実行可能性を基準とする。十二条の数学的不変量（保存、直交、被覆、無環、単調、六象限一貫性、値の外化、構造保持、公有領域の非削除性、継承純粋性、時間鏡像、測度加法性）は逐条に現行のエンジニアリングゲートへ対応付けられ（現行登録ゲート 229 条：commit 段階 137 / push 段階 92）、うち五条の核心メタ定理は Lean 4 定理証明器によって機械検証されている（2026-09-18 よりビルド全グリーン、外部ライブラリ依存ゼロ、証明プレースホルダゼロ）：

不変量	機械証明
価値保存 (T3)	Conservation.endowment_conservation
5 領域被覆 (判定可能性)	Domain.complete_iff_image_covers
関係無環 (T1 の系)	Completion.isAncestor_irrefl
継承純粋性 / 補完 soundness (T4)	Completion.closure_superset / closure_idempotent
時間鏡像 (T2、対合層)	Symmetry.Involutive.injective_surjective

これにより三層の閉ループが形成される：数学的記述（本ホワイトペーパー）→ エンジニアリングゲート（計算可能な述語の継続的強制）→ 機械証明（定理証明器による独立した再検証）。

11. 結語

Alioth の根本的な主張は：企業データモデルの正しさは規律と経験ではなく構造と数学に担われるべきである、というものである。座標化された意味論、判定可能な不変量、一度定義すれば多ドメインで再利用できる理論、そして機械検証可能なメタ定理が、共にこの主張の完全な証拠チェーンを構成する。我々は学界とエンジニアリング界による本理論の検証、疑問提起、改善を歓迎する。

関連文献：『AliothStudio アプリケーション構築操作マニュアル（ブルーペーパー）』；オンライン実践：<https://cosmic-tools.shop/>。

© 2025-2026 杭州宇器科技有限公司（CosmicTools.ltd）。Alioth モデルは MIT ライセンスで公開されている。